

麦克斯韦电磁理论和电磁波

简要的历史回顾

1785 年确立了库仑定律,这是静电学的实验定律,由此导出了一整套静电场的规律。1820 年前后经过多位物理学家的共同努力,确立了毕奥-萨伐尔—拉普拉斯定律,这是静磁学实验定律,1831 年法拉第经过长期研究发现了以他的名字命名的电磁场感应定律。1862 年麦克斯韦提出了位移电流和涡旋电场两个假说。随后,1864 年麦克斯韦系统地提出了电磁场的统一理论-----麦克斯韦方程组,由此预言了电磁波的存在。1887 年赫兹用实验证实了电磁波的存在。

§ 1 电磁场的基本规律

麦克斯韦位移电流的假说。

我们知道, \mathbf{H} 的环流定理 $\oint_{(L)} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum I_{\text{内}}$ 只对稳恒电流成立,而稳恒电流必定连续。电路在非稳恒的情况下,传导电流可能不连续,如暂态过程中的 R---C 电路。在这种情况下, \mathbf{H} 的环流 $\oint_{(L)} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}$ 有何规律? 麦克斯韦研究了这个问题。他假设 \mathbf{D} 的高斯定理

$$\oiint_{(S)} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = \sum q_{\text{内}} \text{ 在非稳恒情况下仍然成立,由此得出在电容器中 } \frac{\partial \phi_D}{\partial t} = \iint_{(S)} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} = I_{\text{。}},$$

即电容器中虽然没有传导电流,但 \mathbf{D} 的通量 ϕ_D 随时间的变化率于电路其它部分中的传导电

流,亦即电容器的 $\frac{\partial \phi_D}{\partial t}$ 与传导电流合起来仍保持连续。麦克斯韦称 $\frac{\partial \phi_D}{\partial t}$ 为位移电流,称 $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$

为位移电流密度。传导电流与位移电流之和称为全电流,它永远连续。

麦克斯韦认为, \mathbf{H} 的环流定理对全电流成立,即 $\oint_{(L)} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_{\text{。}} + \iint_{(S)} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s}$ 上式中,

L 为任意闭合积分路径, S 为以 L 为边界的任意曲面, $d\mathbf{s}$ 的方向与 L 的正方向成右手螺旋关系。

上式的物理意义: 由于传导电流与位移电流以同等地位出现在等式的右边,说明上式中的磁场强度 \mathbf{H} 是由传导电流和位移电流共同激发的。因此,麦克斯韦位移电流假说的核心思想是变化的电场要激发磁场。

位移电流要激发磁场,只在这个意义上才称其为“电流”,位移电流和传导电流是两个完全不同的物理概念。真空中的位移电流伴随只与电场随时间的变化率相联系,并不伴随任何电荷的定向运动,当然也不会产生焦耳热。电介质中的位移电流伴随着电介质的反复极化。在电场高频变化的情况下,有极分子的电介质中会生热,但这与焦耳热并不服从相同的规律。

$\oint_{(L)} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_{\text{。}} + \iint_{(S)} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s}$ 是电磁场的普遍规律之一。对稳恒电流,电荷的分布不随

时间变化，它激发一个稳恒电场，故 $\frac{\partial D}{\partial t} = 0$ ，此种情况下，全电流就是传导电流，

$\oint_{(L)} H \cdot dl = I$ 。回到了稳恒磁场中的 H 的环流定理。因此稳恒磁场 H 的环流定理只是上述普遍规律的一个特例。

电磁场方程组

在静电学中，我们了解到静止电荷激发静电场的规律；在静磁学中，我们了解到稳恒电流激发稳恒磁场的规律。但这些规律只是普遍情况下的特例。在非稳恒的情况下，电荷激发的电场与变化磁场激发的电场不可区分，电流激发的磁场与变化电场激发的磁场同样不可区分。随时间变化的电场和磁场相互依存，电磁场成为一个浑然整体。麦克斯韦把电磁场的普遍规律概括在下述电磁场方程组之中。

1. 电场的高斯定理

$$\oiint_{(S)} D \cdot ds = \iiint_V \rho \cdot dv$$

上式中， S 为任意闭合曲面， V 为闭合曲面 S 包围的体积， ρ 为自由电荷的体密度。式中电位移矢量 D 是电荷与变化的磁场共同激发的。电荷激发的电位移矢量通过任意闭合曲面 S 的通量等于闭合曲面 S 包围的自由电荷的代数和，不管电荷运动与否均成立。由于变化的磁场激发的电位移矢量线是无头无尾的闭合曲线，所以其通过任意闭合曲面 S 的通量为零。因而电荷及变化磁场共同激发的电位移矢量 D 满足上式。

2. 磁场的“高斯定理”

$$\oiint_{(S)} B \cdot ds = 0$$

上式中的磁感应强度 B 是电流与变化的电场共同激发的，上式是稳恒磁场的“高斯定理”的推广。

3. 电场的环流定理

$$\oint_{(L)} E \cdot dl = -\frac{d\phi}{dt} = -\iint_{(S)} \frac{\partial B}{\partial t} \cdot ds$$

上式中， L 是任意闭合积分路径， S 是以 L 为边界的任意曲面， ds 方向与 L 正方向成右手螺旋关系。

式中的电场强度 E 由电荷和变化磁场共同激发，在稳恒电流的情况下， B 为稳恒磁场， $\frac{\partial B}{\partial t} = 0$ ， $\oint_{(L)} E \cdot dl = 0$ ，回到了稳恒电场的环流定理。因此，稳恒电场的环流定理只是上述普遍的特例。

4. 磁场的环流定理

$$\oint_{(L)} H \cdot dl = I_0 + \iint_{(S)} \frac{\partial D}{\partial t} \cdot ds$$

上式的物理意义已如上述。

此外，带电粒子在电场中的受力公式

$$F = qE$$

电流元在磁场中的受力公式

$$dF = Idl \times B$$

还有三个物质方程

$$D = \epsilon_0 \epsilon \bullet E$$

$$B = \mu_0 \mu \bullet H$$

$$j_0 = \sigma E$$

以上各式概括了电磁场的全部规律。原则上说可以解决电磁场的全部问题。

§ 2 电 磁 波

麦克斯韦电磁场理论告诉我们：变化的磁场要激发涡旋电场，涡旋电场 E 的电力线环绕 $\frac{\partial B}{\partial t}$ ，电力线的方向与 $\frac{\partial B}{\partial t}$ 的方向成左手螺旋关系； H 线变化的电场要激发涡旋磁场，涡旋磁场的磁力线（或 H 线）环绕 $\frac{\partial D}{\partial t}$ ，磁力线方向与 $\frac{\partial D}{\partial t}$ 方向成右手螺旋关系（见《电磁学》下册 P.302 图 8-6）。若空间某处存在一个电磁振源（如电台的发射天线），产生一个变化的电场，在它的周围要激发变化磁场，变化的磁场又激发变化的电场。这样，变化电场和变化的磁场相互激发，变化的 E 和变化的 H 由近及远以波的形式传播，这就是电磁波。

从理论上说，麦克斯韦方程组经过数学处理可以得到一个波动方程，求解这个波动方程可以得到电磁波的基本性质。

在自由空间（整个空间无传导电流、无电荷的真空区域）传播的平面电磁波的基本性质有：

1. 变化的电磁场 E 和 H 以波形式传播，空间任意一点处 E 和 H 都与波的传播方向垂直，且 E 和 H 互相垂直。 E 、 H 和 \hat{K} （波传播方向的单位矢量）三这成右手螺旋关系，（见《电磁学》下册 P.312 图 8--18）

2. 空间同一点处 E 与 H 同位相,且 $\sqrt{\epsilon_0} E = \sqrt{\mu_0} H$

3. 真空中电磁波的波速 C 与频率无关,且 $C = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \times 10^8$ 米/秒。

4. 电 磁 波 的 能 量 密 度 w 即 单 位 体 积 中 的 能 量

$$w = \frac{1}{2} E \bullet D + \frac{1}{2} H \bullet B = \frac{1}{2} \bullet \epsilon E^2 + \frac{1}{2} \bullet \mu_0 H^2。$$

$$\because \sqrt{\epsilon_0} E = \sqrt{\mu_0} H$$

$$\therefore \frac{1}{2} \bullet \epsilon E^2 = \frac{1}{2} \bullet \mu_0 H^2$$

$$\therefore w = \epsilon_0 E^2 = \mu_0 H^2。$$

5. 电磁波的能流密度 S (即坡印亭矢量): 其方向为能量传播的方向,与波的传播方向相同;其大小为单位时间内通过于垂直波的传播方向的单位面积的能量。其表示式为 ()

§ 3 似稳条件和集中参量

本节主要说明，在非稳恒情况下稳恒电路的规律（主要指基尔霍夫定律）不在适用，有时在电路中引入集中分布参数，似稳电路规律仍近似成立。

1. 稳恒电路的规律（基尔霍夫定律、欧姆定律）是由稳恒电磁场规律到出的必然结论。

在稳恒电路中，电流不随时间改变，它激发一个稳恒磁场，即 $\frac{\partial B}{\partial t} = 0$ 。这个磁场不激发涡旋电场。

在稳恒电路中，电荷分布不随时间变化，它激发一个稳恒电场，即 $\frac{\partial D}{\partial t} = 0$ ，这个电场不激发涡旋磁场。

所以，在稳恒电路中，电场是稳恒电场，它完全由稳恒分布的电荷激发。由麦克斯韦方程组可知， $\oint_{(L)} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$ ，即电场 \mathbf{E} 是保守场，因此有电势的概念。

把稳恒电场的规律 $\oint_{(L)} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$ 用于电路，我们可以得到基尔霍夫第二定律。由于稳恒电流必连续，即 $\oiint_{(s)} \mathbf{j} \cdot d\mathbf{s} = 0$ ，此式用于节点，我们可以得到基尔霍夫第一定律。

2. 电流变化频率较低，电路中只有集中参量元件的电路 称为似稳电路。稳恒电路的规律可以近似的用于似稳电路。

变化的电流要激发变化的磁场，而变化的磁场又要激发变化的电场，变化的电磁场要以电磁波的形式辐射能量。此种情况下的电场为非稳恒电场。由麦克斯韦方程组可知 $\oint_{(L)} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \neq 0$ ， \mathbf{E} 为非保守场，对这个电场基尔霍夫定律不再成立。但是，如果电流变化频率较低，电路本身的线度 L 比电磁波的波长 λ 为甚小的情况下，即当 $\lambda \gg L$ 时，电路上及电路附近区域电磁场的波动性表现不显著，每一时刻的电磁场与稳恒电磁场近似相同，这样的电磁场称为似稳电磁场。似稳电路中的集中参量元件我们是指：对电容器， $\frac{\partial D}{\partial t}$ 集中于电容器之内，电容器之外 $\frac{\partial D}{\partial t} \approx 0$ ，即忽略电容器之外的位移电流。由麦克斯韦位移电流假说可知，电容器以外传导电流连续，从而基尔霍夫第一定律近似成立。对电感线圈，我们认为 $\frac{\partial B}{\partial t}$ 局限于线圈之内，线圈之外 $\frac{\partial B}{\partial t} \approx 0$ ，即由变化的磁场激发的涡旋电场局限于电感线圈之内，它是产生自感电动势的原因，忽略线圈外面的涡旋电场，从而基尔霍夫第二定律近似成立。总之，对集中参量元件我们是忽略了电磁辐射。

综上所述，对似稳电路，集中参量元件以外的区域近似为稳恒电磁场，稳恒电路的规律（基尔霍夫定律、欧姆定律）近似成立。这是我们处理“暂态过程”的理论依据。